1 Vecteur variation de vitesse

Vecteur vitesse en un point

Si on décompose la trajectoire d'un point en une succession de positions à intervalle de temps régulier Δt : M_0, M_1, ... M_i, M_{i+1}, on peut construire le vecteur vitesse $\vec{v}_i$ au point M_i en encadrant M_i par les points M_{i-1} M_{i+1} (FIG. 1).

Ainsi le vecteur $\vec{v}_i$ est défini à partir du vecteur déplacement $\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}$ sur une durée de $2 \cdot \Delta t$ par : $\vec{v}_i = \dfrac{\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}}{2 \cdot \Delta t}$.

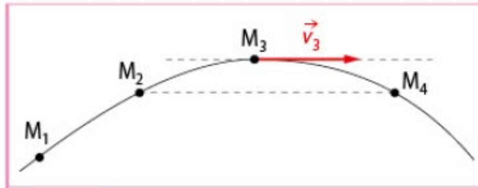


FIG. 1 Le vecteur vitesse au point M_3 est défini par $\vec{v}_3 = \dfrac{\overrightarrow{M_2M_4}}{2 \cdot \Delta t}$, tangent à la trajectoire.

Vecteur variation de vitesse

Pour traduire la variation (de valeur, de direction ou de sens) de la vitesse en un point M_i, on peut construire le vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}_i$ au point M_i en l'encadrant par les points M_{i-1} et M_{i+1}.

Le **vecteur variation de vitesse** $\Delta\vec{v}_i$ en M_i, est défini à partir du vecteur vitesse $\vec{v}_{i+1}$ en M_{i+1} et $\vec{v}_{i-1}$ en M_{i-1} par la relation :

$$\Delta\vec{v}_i = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}$$

$\vec{v}_{i+1}$ est le vecteur vitesse à la position M_{i+1}

$\vec{v}_{i-1}$ est le vecteur vitesse à la position M_{i-1}

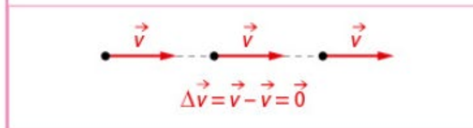
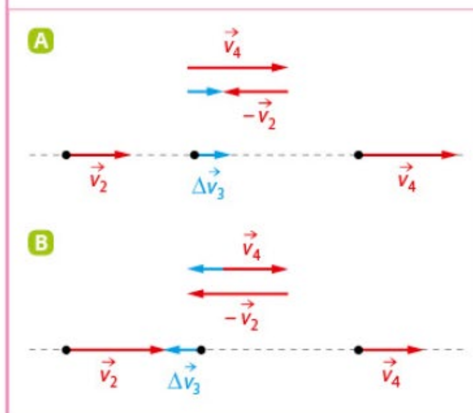


FIG. 2 Mouvement rectiligne uniforme.

Lien entre variation de vitesse et mouvement

Si le vecteur vitesse reste constant, alors la variation de vitesse est nulle et le mouvement est rectiligne uniforme (FIG. 2).

Si le vecteur vitesse conserve sa direction mais change en norme (valeur) alors le mouvement est rectiligne non uniforme (FIG. 3).



A mouvement rectiligne accéléré
B mouvement rectiligne ralenti
FIG. 3 Mouvement rectiligne non uniforme.

Si le vecteur vitesse change en direction et en valeur alors le mouvement est curviligne non uniforme. S'il change uniquement en direction, le mouvement peut être curviligne uniforme et si sa trajectoire est un cercle, il est circulaire uniforme. Δv est dirigé vers le centre du rayon de courbure pour le mouvement curviligne uniforme et vers le centre du cercle pour le mouvement circulaire uniforme (FIG. 4)

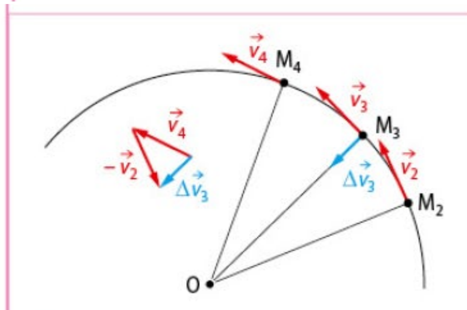


FIG. 4 Cas d'un mouvement circulaire uniforme.

2 De la variation de vitesse aux forces

Principe d'inertie

D'après **le principe d'inertie**, si la variation du vecteur vitesse est nulle alors la somme des forces qui modélisent les actions mécaniques s'exerçant sur le système est nulle. La réciproque est vraie (FIG. 5).

D'après la **contraposée du principe d'inertie**, si la variation du vecteur vitesse est non nulle alors la somme des forces qui modélisent les actions mécaniques s'exerçant sur le système est non nulle. La réciproque est vraie (FIG. 6).

$\vec{v} = \vec{0}$ ou $\vec{v}$ est constant $\Delta\vec{v} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow$ $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$

FIG. 5 Principe d'inertie.

Lien entre variation de vitesse et forces

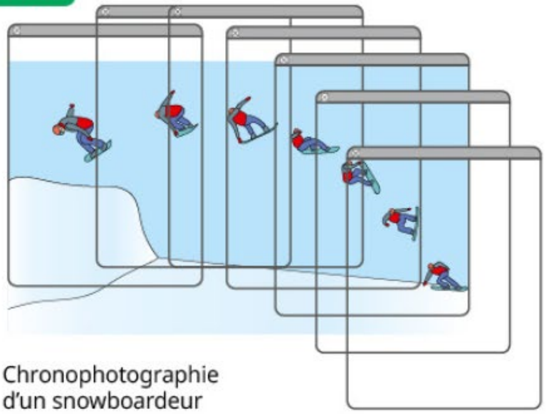
Le vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}_i$, construit à partir de deux vecteurs vitesses voisins au point M_i, a une direction et un sens particuliers.

La construction du vecteur somme des forces $\Sigma\vec{F}$ conduit à remarquer que $\Delta\vec{v}_i$ et $\Sigma\vec{F}$ ont même direction et même sens.

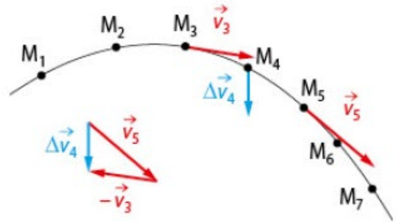
$\vec{v}$ non constant ($\vec{v}$ change de direction et/ou de valeur) $\Delta\vec{v} \neq \vec{0}$ $\Leftrightarrow$ $\Sigma\vec{F} \neq \vec{0}$

FIG. 6 Contraposée du principe d'inertie.

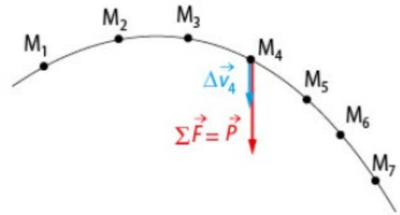
EXEMPLE



Chronophotographie d'un snowboardeur



Variation du vecteur vitesse au point M_3



Force modélisant l'action qui s'exerce sur le snowboardeur

L'action mécanique qui s'applique sur le snowboardeur au cours du mouvement étudié est celle de l'action de la Terre qui se modélise par le poids représenté par un vecteur vertical dirigé vers le bas. La construction du vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}_i$ conduit à constater que lui aussi est dirigé vers le bas selon la verticale.

Le vecteur somme des forces $\Sigma\vec{F}$ a même direction et même sens que le vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}$. Sa valeur est proportionnelle à la variation de vitesse (FIG. 7).

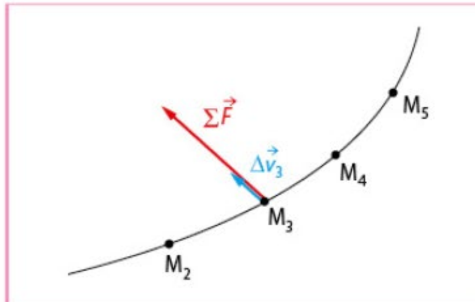


FIG. 7 Tracé du vecteur somme des forces. $\Sigma\vec{F}$ et $\Delta\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens.

3 Des forces à la variation de vitesse

Somme vectorielle des forces

On modélise une action mécanique par une force représentée par un vecteur $\vec{F}_{\text{syst.ext.}/\text{syst.étudié}}$ dont :

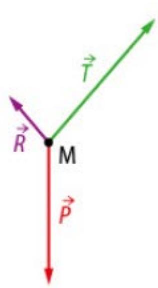
- l'origine est le point représentant le système ;
- la direction est celle de l'action mécanique ;
- le sens est celui de l'action mécanique ;
- la longueur est proportionnelle à la norme (ou valeur) en Newton (N).

Plusieurs actions mécaniques peuvent agir sur un système, chacune pouvant se modéliser par une force représentée par un vecteur.

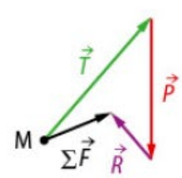
À partir du point M modélisant le système, on effectue la somme des forces. Elle se note $\Sigma\vec{F}$ et se nomme aussi résultante des forces.

EXEMPLE

Skieur au départ d'un tire-fesse



Forces qui modélisent les actions mécaniques qui agissent sur le skieur



Somme des forces qui modélisent les actions mécaniques qui agissent sur le skieur

Lien entre somme des forces et variation de vitesse

D'après le **principe d'inertie**, si la somme des forces qui modélisent les actions mécaniques s'exerçant sur un système est nulle, alors la variation du vecteur vitesse est nulle. La réciproque est vraie (FIG. 8).

$\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ ⇔ $\vec{v} = \vec{0}$ ou $\vec{v}$ est constant $\Delta\vec{v} = \vec{0}$

FIG. 8 Principe d'inertie.

D'après la **contraposée du principe d'inertie**, si la somme des forces qui modélisent les actions mécaniques s'exerçant sur le système est non nulle alors la variation du vecteur vitesse est non nulle. La réciproque est vraie (FIG. 9).

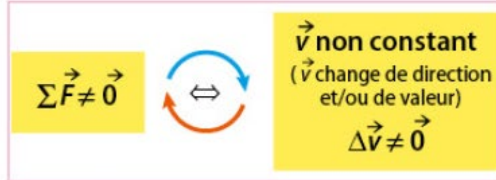
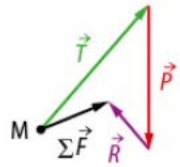


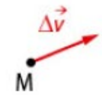
FIG. 9 Contraposée du principe d'inertie.

EXEMPLE

Skieur au départ d'un tire-fesse



Somme des forces qui modélisent les actions mécaniques qui agissent sur le skieur



Variation du vecteur vitesse

Le vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}$ est colinéaire et de même sens que le vecteur somme des forces $\Sigma\vec{F}$ à partir du point M.

Le vecteur $\Delta\vec{v}$ a même direction et même sens que le vecteur $\Sigma\vec{F}$. Sa valeur est proportionnelle à la valeur de la somme des forces.

La vitesse du système augmente ou diminue selon que la somme des forces est dans le même sens ou dans le sens opposé au mouvement du système.

4 Rôle de la masse

Variation de vitesse et masse

Si une même action s'exerce sur deux systèmes de masses différentes, le moins lourd subira la plus grande variation de vitesse pendant le même intervalle de temps (FIG. 10).

La variation de vitesse d'un système durant un intervalle de temps est inversement proportionnelle à la masse de ce système.

Remarque : cette expression permet de dire que la variation de vitesse pendant un intervalle de temps petit, est égale à la force par unité de masse.

On peut écrire :

$$\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{1}{m}\cdot\Sigma\vec{F}$$

FIG. 10 La vitesse de la boule augmenterait plus vite si elle était moins lourde, le lanceur exerçant la même action.

Force et masse

La variation de vitesse sera la même pour deux systèmes de masses différentes à condition que l'action qui s'exerce sur le système le plus lourd soit plus importante.

La force qui modélise l'action requise pour modifier la vitesse d'un système est proportionnelle à la masse de ce système (FIG. 11).

Remarque : l'action à exercer sur un système doit être deux fois plus importante que celle exercée sur un système deux fois plus léger, pour des variations de vitesse identiques entre deux instants voisins.

On peut écrire :

$$\Sigma\vec{F}=m\cdot\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

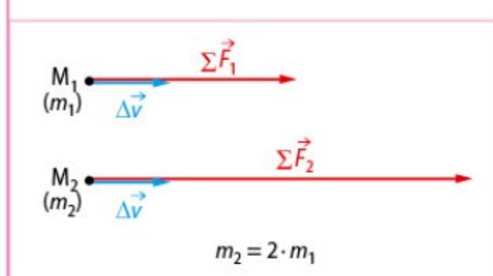


FIG11 Pour une variation de vitesse égale, l'action doit être plus importante sur l'objet le plus lourd.

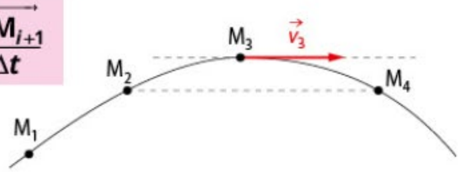
L'ESSENTIEL À RETENIR

Le vocabulaire à retenir
Les relations à connaître et savoir utiliser

1 Vecteur variation de vitesse

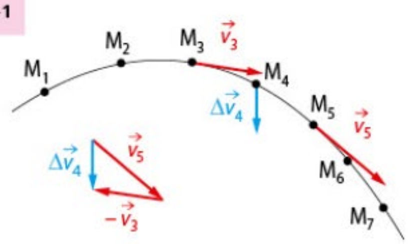
- **Vecteur vitesse** au point M_i :

$$\vec{v}_i = \frac{\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}}{2 \cdot \Delta t}$$



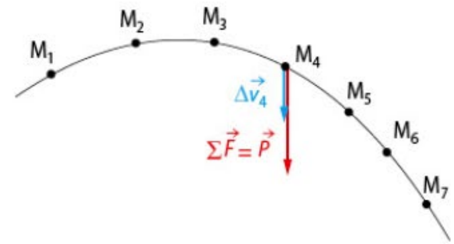
- **Vecteur variation de vitesse** au point M_i :

$$\Delta\vec{v}_i = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}$$



2 De la variation de vitesse aux forces

- **Somme des forces** modélisant les actions qui s'exerce au point M_i.

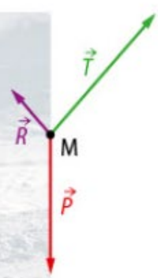


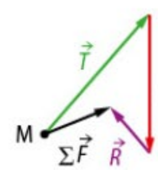
- Le vecteur $\Sigma\vec{F}$ a même direction, même sens que le vecteur variation de vitesse. Sa valeur est proportionnelle à la variation de vitesse.

3 Des forces à la variation de vitesse

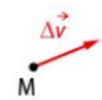
- Le vecteur $\Delta\vec{v}$ a même direction et même sens que le vecteur $\Sigma\vec{F}$. Sa valeur est proportionnelle à la valeur de la somme des forces.

Skieur au départ d'un tire-fesse





Somme des forces qui modélisent les actions mécaniques qui agissent sur le skieur

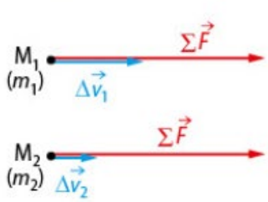


Variation du vecteur vitesse

4 Rôle de la masse

- La variation de vitesse est inversement proportionnelle à la masse (à $\vec{F}$ et Δt constants) :

$$\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{1}{m} \cdot \vec{F}$$



- La force est proportionnelle à la masse (à $\Delta\vec{v}$ et Δt constants) :

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$